

I. Conocimientos básicos algebraicos

1. Factoriza completamente los siguientes polinomios.

1.1 $P(x) = 2x^4 + x^3 - 6x^2$

1.2 $P(x) = 3x^2 - \frac{6}{5}x + \frac{3}{25}$

1.3 $P(x) = x^4 - 3x^3 + 4x$ sabiendo que es divisible por $x+1$

1.4 $P(x) = 5x^3 - 10x^2 - 15x + 30$ sabiendo que 2 es una raíz

2. Determina el valor de verdad de cada enunciado y justifica tu respuesta.

2.1 $P(x) = x^4 - x^2$ tiene raíz simple $x=0$

2.2 $m^{\frac{1}{2}}m^3m^{\frac{-1}{3}} = m^{\frac{23}{6}}$

2.3 $\log_a x + \log_a y = \log_a x \cdot \log_a y$

2.4 $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = x - 2$

2.5 $x^2 - 4 = (x - 2)(x - 2)$

2.6 $(x^3 - 2)^2 = x^6 - 4$

2.7 $12,35 \cdot 10^{-2}$ es la notación científica del número 0,1235

2.8 $\left(\frac{3^{1-3x}}{3^x}\right)^2 = 9^{2-8x}$

2.9 $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 + (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = 2(a + b)$ con $a, b \geq 0$

2.10 No existe el inverso multiplicativo de $\sqrt{5}$

3. Calcula las raíces de los siguientes polinomios.

3.1 $P(x) = (2x - 1)(x - 3)(4x + 4)$

3.2 $Q(x) = 4(3x - 9)(x - 3)(x + 8)$

3.3 $T(x) = (x - 1)(2x - 3)(x - 4)$

4. Reduce a la mínima expresión e indica restricciones de la variable.

$$4.1 \frac{9-5x}{x^2-2x} - \frac{x-5}{x-2}$$

$$4.2 \frac{3x-4}{x^2-9} - \frac{x}{x+3} - \frac{x}{x-3}$$

$$4.3 \frac{x^2-5x+6}{4x^2-9} : \frac{2x-4}{2x+3}$$

$$4.4 \frac{3(x+2)^2(x-3)^2 - (x+2)^3(2)(x-3)}{(x-3)^4}$$

$$4.5 \frac{2(1+x)^{\frac{1}{2}} - x(1+x)^{-\frac{1}{2}}}{x+1}$$

$$4.6 \frac{1}{x+1} - \frac{2}{(x+1)^2} + \frac{3}{x^2-1} \text{ La restricción es } x \neq -1$$

5. Racionaliza las siguientes expresiones.

$$5.1 \frac{3}{\sqrt{x}-2}$$

$$5.2 \frac{7}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}}$$

II. Ecuaciones e Inecuaciones

1. Resuelve las siguientes ecuaciones e inecuaciones. Verifica las ecuaciones. Escribe en todos los casos el conjunto solución.

$$1.1 5^{x+1} = 2 \cdot 3^{2x}$$

$$1.2 \ln(x+5) - \ln 2 = \ln(x-1) + \ln 3$$

$$1.3 2 = \log_3(3x+2)$$

$$1.4 e^{x^2} - e^{2x} = 0$$

$$1.5 \frac{3-24x}{10} - \frac{1-2x}{2} = \frac{-1}{10}(3x-4)$$

$$1.6 2(x-3) \leq 5$$

$$1.7 \frac{1}{6} - 3\left(-\frac{2}{9} + 1\right)x < -\frac{1}{10}$$

$$1.8 e^x x - 2e^x = 0$$

$$1.9 \quad x^{\frac{3}{2}} - 6x^{\frac{1}{2}} + 9x^{-\frac{1}{2}} = 0$$

$$1.10 \quad 2x \ln x + x = 0$$

$$1.11 \quad \frac{9 - 5x}{x^2 - 2x} - \frac{x - 5}{x - 2} = 0$$

$$1.12 \quad 4x^5 = x^3$$

$$1.13 \quad \frac{1}{4}x + \frac{3}{4} = \frac{1}{10} - \frac{1}{2}x$$

$$1.14 \quad \frac{3}{4}(\sqrt[3]{x}) + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}$$

2. Resuelve y representa gráficamente la solución.

$$2.1 \quad |x - 1| < 2$$

$$2.2 \quad |1 - 2x| \leq 3$$

$$2.3 \quad \left| \frac{3}{2}x + 1 \right| < 2$$

III. Sistemas de ecuaciones lineales y no lineales

1. Resuelve el sistema de ecuaciones lineales y expresa el conjunto solución (CS).

$$1.1 \quad 3x - 2y = -16$$

$$5x + 4y = 10$$

$$1.2 \quad 3x - 4y = 1$$

$$2x - 3y = 0$$

$$1.3 \quad 3x + 3y = -6$$

$$2x - 5y = -11$$

2. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales.

$$2.1 \quad \begin{cases} y = x^2 - 4x + 3 \\ y + x = 3 \end{cases}$$

$$2.2 \begin{cases} y = 1 - x^2 \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$2.3 \begin{cases} y = x^2 - 2x \\ y = 4 - x^2 \end{cases}$$

3. Determina el punto de equilibrio entre las funciones de oferta y demanda. Representa gráficamente.

$$3.1 \begin{cases} p = -q^2 + 36 \\ p = 3q^2 + 4q + 12 \end{cases}$$

$$3.2 \begin{cases} p = \frac{3240}{q + 20} \\ p = \frac{1}{5}q + 7 \end{cases}$$

$$3.3 \begin{cases} p = \sqrt{q + 10} \\ p = 20 - q \end{cases}$$

4. Determina y representa gráficamente el dominio de las siguientes funciones.

$$4.1 f(x) = 2 - \sqrt{x + 1}$$

$$4.2 f(x) = \frac{1}{\log x + 3}$$

$$4.3 f(x) = \sqrt{x - 2} + \log(10 - x)$$

$$4.4 f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } -1 \leq x < 2 \\ 9 - x^2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

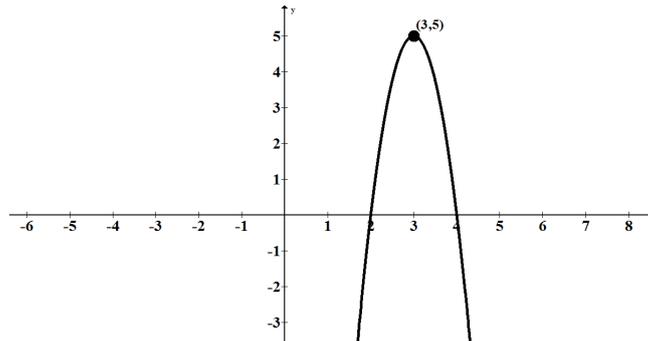
$$4.5 f(x) = \frac{x^2 - \frac{1}{4}}{x + \frac{1}{2}}$$

$$4.6 f(x) \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } -1 < x < 2 \\ 5 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

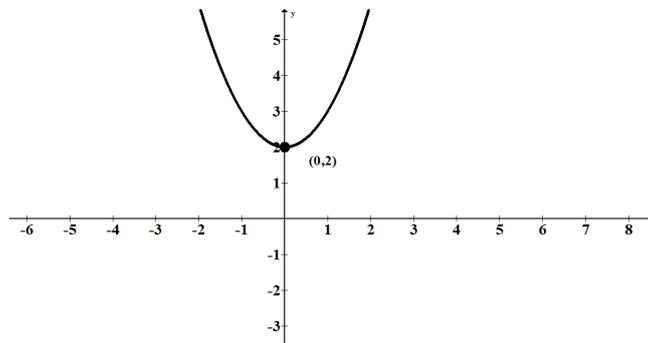
IV. Función real de variable real

1. Determina la expresión analítica de las siguientes funciones.

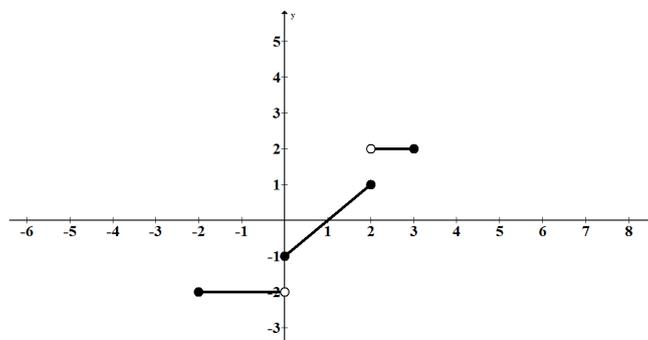
1.1 .



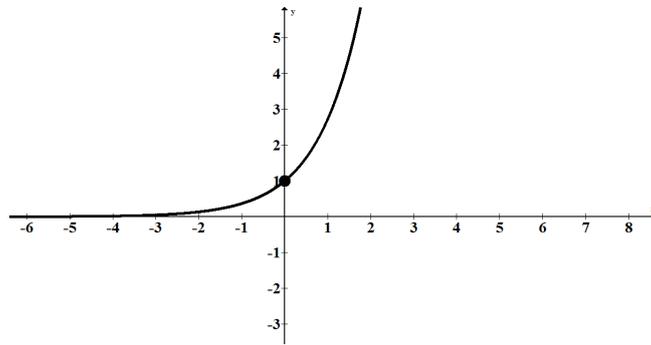
1.2 .



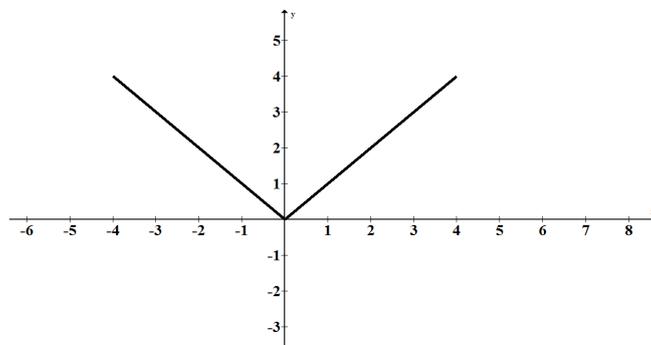
1.3 .



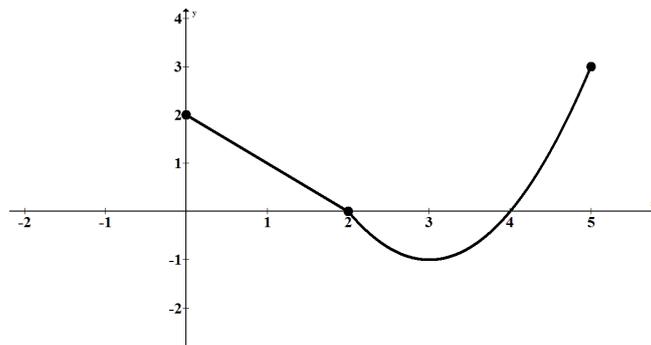
1.4 .



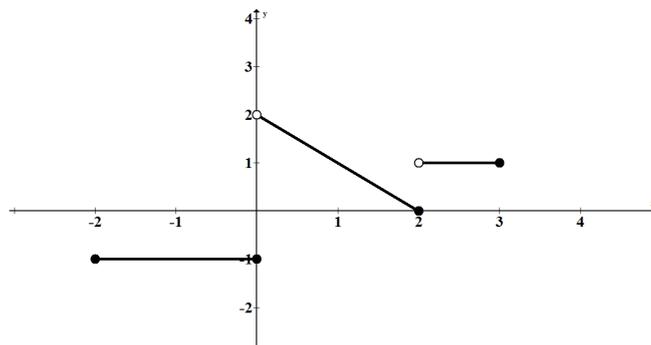
1.5 .



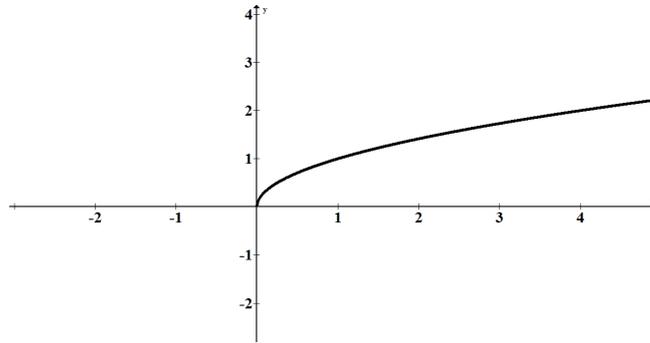
1.6 .



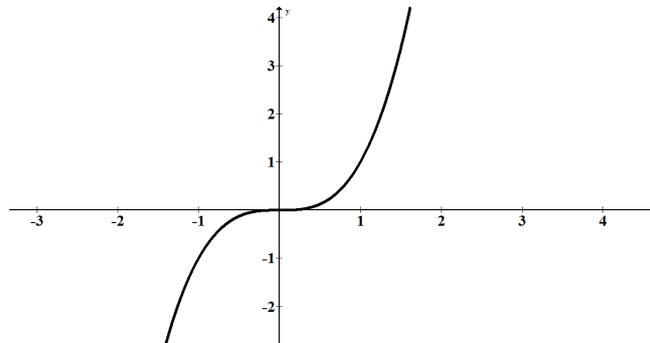
1.7 .



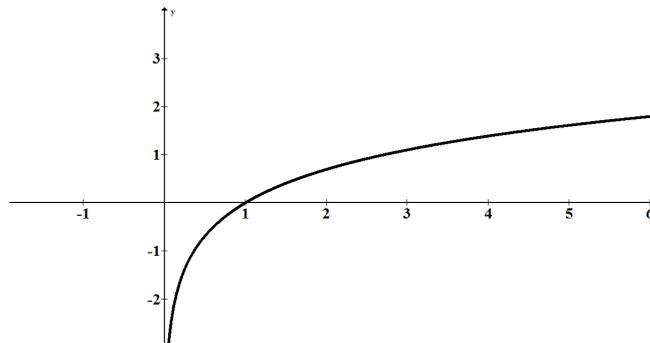
1.8 .



1.9 .



1.10 .



2. Representa gráficamente las siguientes funciones.

2.1 $f(x) = -2(x + 3)^2 + 4$

2.2 $x + y - 2 = 0$

2.3 $f(x) = e^{x+1} - 3$

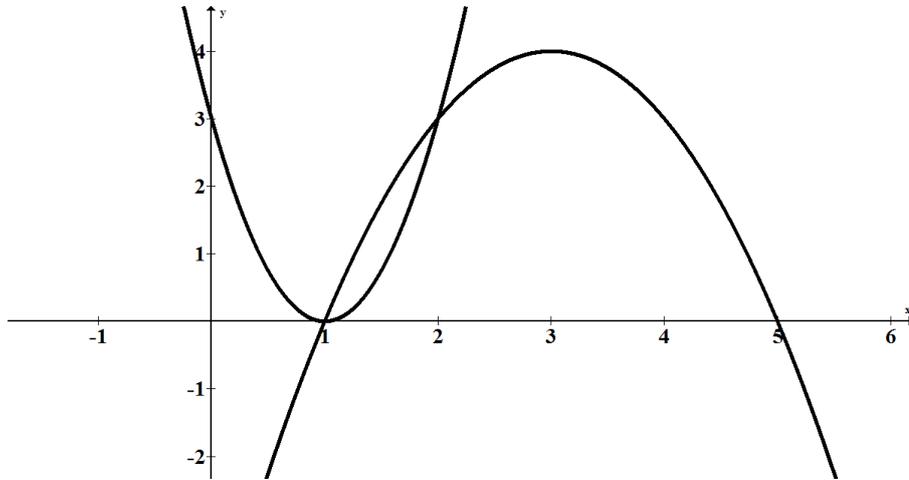
2.4 $f(x) = \frac{1}{x^2} + 1$

2.5 $f(x) = x^3 - 2x + 2$

2.6 $f(x) = -\ln(x + 2)$

3. Identifica el gráfico de $f : R \rightarrow R/f(x) = 3 - 6x + 3x^2$ y

$g : R \rightarrow R/h(x) = -5 + 6x - x^2$. Determina los puntos de intersección entre las funciones f y g, aproximando a dos decimales si es necesario.



V. Problemas de aplicación

1. La compañía ABC produce calculadoras de mano que vende a \$20 cada una. El material y la mano de obra para hacer una calculadora cuesta \$16 y la compañía tiene costos fijos de \$8.500.
 - 1.1 Escribe una ecuación para la ganancia "G" de la compañía, para un año en que produce y vende "x" calculadoras.
 - 1.2 ¿Cuál es la ganancia anual si sólo se producen 4.000 calculadoras?
2. A un fabricante le cuesta \$500 comprar las herramientas a fin de producir cierto artículo doméstico. Si tiene un costo de 60 centavos por el material y la mano de obra de cada artículo producido y el fabricante puede vender todo lo que produce a 90 centavos cada uno, ¿cuántos artículos deberá producir para obtener una ganancia de por lo menos \$2500?
3. Luego de realizar un estudio en planta se tienen los siguientes datos relativos a un determinado producto de una fábrica. El precio unitario de venta es de \$15; los costos variables por unidad \$10; los costos fijos \$300.000. Determinar la cantidad de unidades que deben venderse para que la ganancia sea de \$150.000.

4. Rodríguez tiene ingresos de \$30.000 de los negocios que heredó, paga impuestos del 28 % sobre el total de sus ingresos; e invierte parte de lo que le queda al 10 % anual y el resto al 12 % anual. ¿Qué monto invierte a cada tasa si los réditos totales debido a estas inversiones son de \$2.360?

VI. Ejercicios adicionales

1. Representa gráficamente las siguientes inecuaciones.

1. $x - 5 + y < 0$

2. $x + 2y \geq 4$

3. $xy \geq 0$

4. $y - x^2 \geq 0$

5. $y^2 - x > 0$

6. $y \geq |x + 1|$

2. ¿Cuál es el valor de $\frac{a-c}{c} + \frac{a+c}{c} - \frac{2a}{c}$ sabiendo que $c \neq 0$?

3. ¿Para qué valor de n , la expresión $\frac{2n}{3n-1}$ representa el número $\frac{5}{7}$?

4. ¿Cuál es el mayor número entero que satisface $\sqrt{2} - x \geq 0$?